

1. Точка се движи по кружница со радиус  $R=2\text{m}$ , при што агловето забрзување се менува по законот  $e = 2 \cdot w$ . Да се определи положбата на точката и тоталното забрзување за време  $t=1\text{sec}$ , ако се дадени почетните услови  $t = 0$ ,  $w = w_0 = 2\text{sec}^{-1}$  и  $j_0 = 0$ .

$$e = 2 \cdot w$$

$$\frac{dw}{dt} = 2w$$

$$\frac{dw}{w} = 2dt$$

$$\int \frac{dw}{w} = \int 2dt$$

$$\ln w = 2t + \ln C_1$$

$$\ln w - \ln C_1 = 2t$$

$$\ln \frac{w}{C_1} = 2t$$

$$\frac{w}{C_1} = e^{2t}$$

$$w = C_1 e^{2t} \quad \text{за } t=0 \quad w = w_0$$

$$w_0 = C_1 e^{2 \cdot 0} \quad C_1 = w_0$$

$$w = w_0 e^{2t}$$

$$\frac{dj}{dt} = w_0 e^{2t}$$

$$j = \int w_0 e^{2t} dt + C_2 = \frac{1}{2} w_0 e^{2t} + C_2$$

$$\text{за } t=0 \quad j_0 = 0$$

$$0 = \frac{1}{2} w_0 e^0 + C_2$$

$$C_2 = -\frac{1}{2} w_0 = -1$$

$$j = \frac{1}{2} w_0 e^{2t} - 1$$

$$e = \frac{dw}{dt} = 2w = 2w_0 e^{2t}$$

$$V = w \cdot R = 2w_0 e^{2t}$$

$$\text{тангенцијално забрзување: } a_T = \frac{dV}{dt} = e \cdot R = 2 \cdot w_0 \cdot 2 \cdot e^{2t} = 4 \cdot w_0 \cdot e^{2t}$$

$$\text{нормално забрзување: } a_N = \frac{V^2}{R} = w^2 R = 2 \cdot (w_0 e^{2t})^2 = 2 \cdot w_0^2 \cdot e^{4t}$$

$$\text{тотално забрзување: } a = \sqrt{a_T^2 + a_N^2} = \sqrt{(4w_0 \cdot e^{2t})^2 + (2w_0^2 \cdot e^{4t})^2}$$

$$a = \sqrt{4^2 w_0^2 \cdot e^{4t} + 4w_0^4 \cdot e^{8t}} = \sqrt{4w_0^2 e^{4t} (4 + w_0^2 \cdot e^{4t})} = 2w_0 e^{2t} \sqrt{2^2 + (w_0 \cdot e^{2t})^2}$$

$$a = e \sqrt{2^2 + w^2}$$

за  $t = 1 \text{ sec}$ :

-положбата на точката се определува преку аголот  $j$

$$j = \frac{1}{2} \omega_0 e^{2t} - 1 = \frac{1}{2} 2e^2 - 1 = 6.389 \text{ rad} = 2p + 0.1058 \text{ rad} = 360^\circ + 6.06^\circ$$

Точката врши една цела ротација и  $6.06^\circ$  од втората ротација

-тангенцијално забрзување:

$$a_T = 4 \cdot \omega_0 \cdot e^{2t} = 4 \cdot 2 \cdot e^2 = 8 \cdot 7.39 = 59.11 \text{ m/sec}^2$$

-нормално забрзување:

$$a_N = 2 \cdot \omega_0^2 \cdot e^{4t} = 8 \cdot 54.598 = 436.78 \text{ m/sec}^2$$

-тотално забрзување:

$$\vec{a} = a_T \cdot \vec{T} + a_N \cdot \vec{N} = 59.11 \cdot \vec{T} + 436.78 \cdot \vec{N}$$

Интензитетот на тоталното забрзување го определуваме како интензитет на вектор изразен преку компонентите на забрзувањето во природен координатен систем:

$$a = \sqrt{a_T^2 + a_N^2} = \sqrt{59.11^2 + 436.78^2} = 440.76 \text{ m/sec}^2$$